

ЛЕКЦИЯ 3. Релятивистская кинематика

А.И. Валишев, В.Г. Сербо .

5. Основы релятивистской кинематики.

5.0. Экспериментальные факты в релятивистском пределе скоростей.

5.1. Постулаты Эйнштейна специальной теории относительности.

5.1.1. Принцип относительности справедлив для всех явлений физики, не только механических.

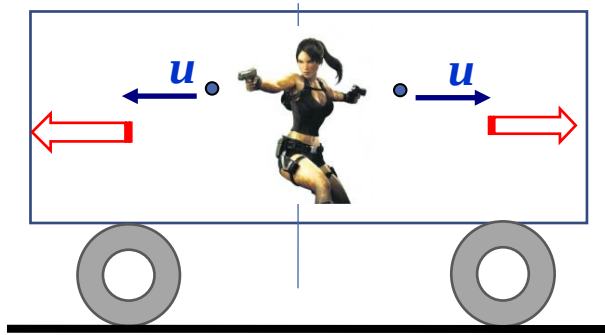
5.1.2. Существует предельная скорость распространения взаимодействий, движения материальных объектов. Предельная скорость одинакова во всех инерциальных системах отсчета, совпадает со скоростью света в вакууме – c .

Немедленные следствия постулатов Эйнштейна.

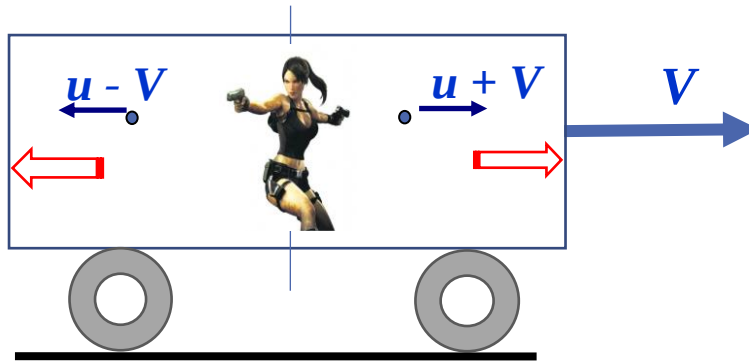
- **Относительность одновременности. (рис.)
VS абсолютной одновременности Галилея.**
- **Неизменность поперечных! размеров тел.**

Относительность одновременности.

Нерелятивистский предел. Скорость пули $u \ll c$.



Система отсчета вагона S' инерциальная.
Стрелок в центре вагона.
Для стрелка пули попадут в стенки
одновременно.



Внешний неподвижный
«галилеевский» наблюдатель
 $\equiv$ система S .

Пуля направо (right R) $u + V$:

$$(u + V) \cdot t_R = \frac{L}{2} + V \cdot t_R \Rightarrow t_R = \frac{L}{2u}.$$

Пуля влево (left L) $u + V$:

$$(u - V) \cdot t_L = \frac{L}{2} - V \cdot t_L \Rightarrow t_L = \frac{L}{2u}.$$

$$t_R = t_L!!$$

Относительность одновременности.

Релятивистский предел. Скорость светового импульса $u = c$.

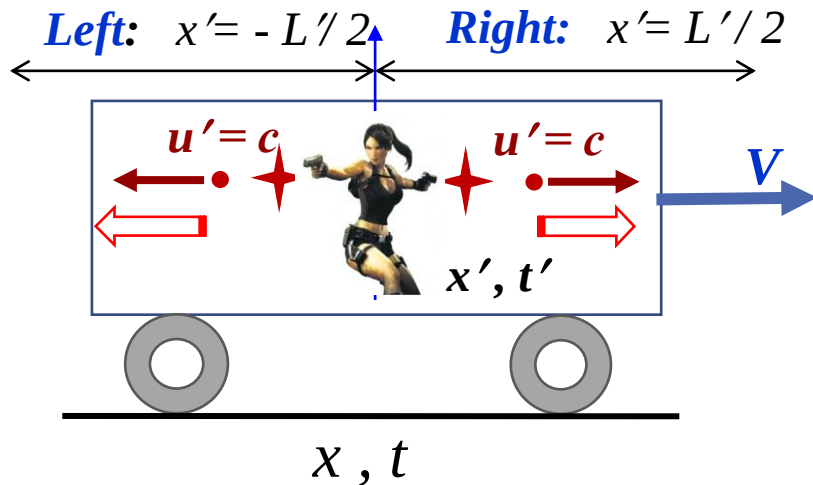
С вагоном связана инерциальная система отсчета $S': \{x', t'\} \in S'$.

В системе S' - Left: $x' = -L'/2$; Right: $x' = L'/2$.

Из середины вагона $x' = 0$ стрельба световыми импульсами, L' - «собственная»

длина вагона: в S' -направо (R): $x' = \frac{L'}{2}$, $t'_R = \frac{L'}{2c}$;

в S' -налево: $x' = -\frac{L'}{2}$, $t'_L = \frac{L'}{2c}$;



Внешний «релятивистский»

наблюдатель S . $\{x, t\} \in S$

S - направо (R): $t_R = \frac{(L/2)}{c - V} = \frac{(L/2c)}{1 - \frac{V}{c}}$;

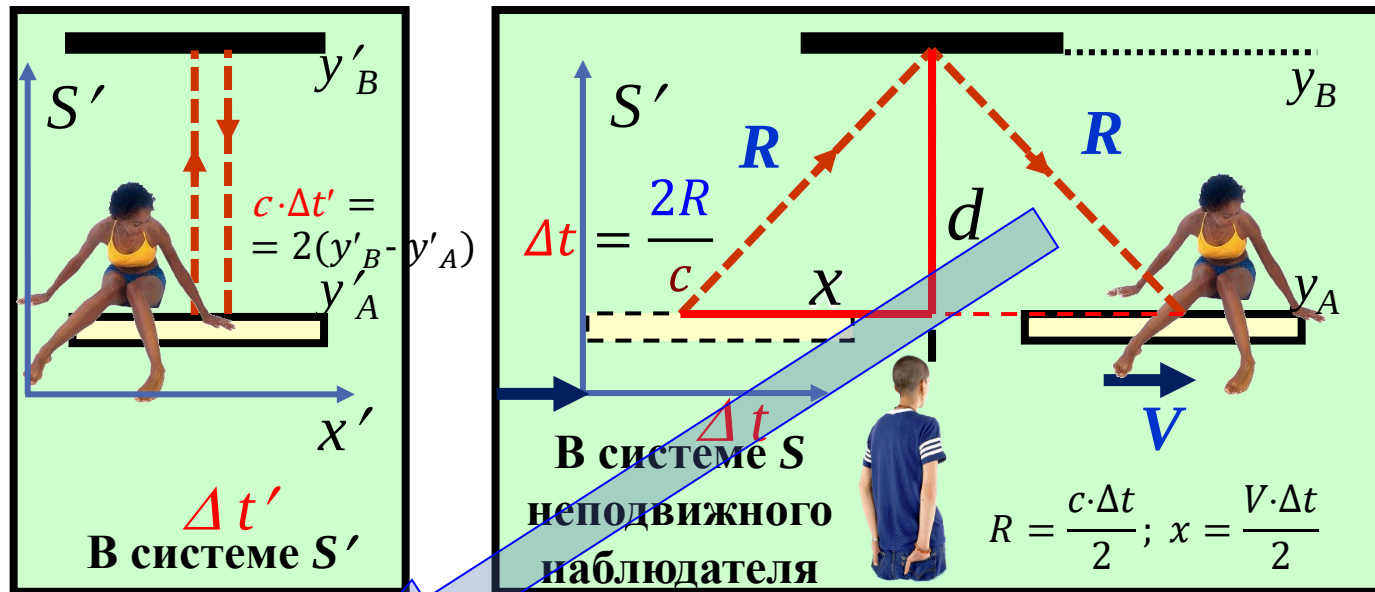
S - налево (L): $t_L = \frac{(L/2)}{c + V} = \frac{(L/2c)}{1 + \frac{V}{c}}$;

$t_R > t_L !!$

Вопрос? Каково соотношение между $L' \in S'$ и $L \in S$, ? $L = L(L')$?

5.2. Замедление хода движущихся часов.

Релятивистская ракета S' с зеркальным потолком движется со скоростью V относительно неподвижного наблюдателя S . Для Светы в ракете световой импульс добежит до потолка и обратно за время $\Delta t'$, а для неподвижного наблюдателя Вовы в S , за время $\Delta t \neq \Delta t'$.



$$\left(\frac{c \cdot \Delta t}{2}\right)^2 = (y_B - y_A)^2 + \left(\frac{V \cdot \Delta t}{2}\right)^2$$

$$(c \cdot \Delta t)^2 = (c \cdot \Delta t')^2 + (V \cdot \Delta t)^2$$

откуда:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Вводя стандартные обозначения: $\beta = V/c$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \Delta t = \gamma \cdot \Delta t'$.

$\Delta t' < \Delta t$ – движущиеся часы идут медленнее покоящихся, $\gamma \geq 1$

5.2. Замедление хода движущихся часов.

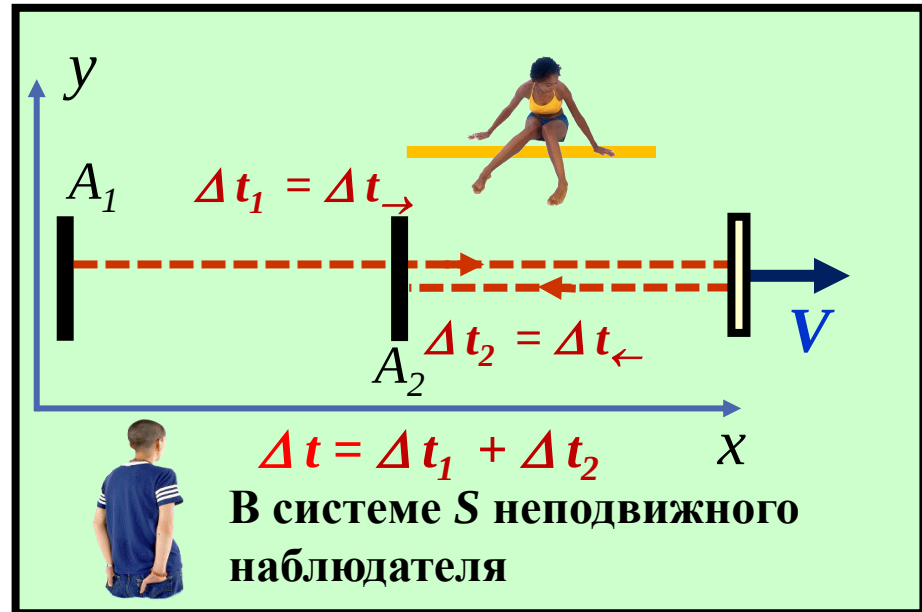
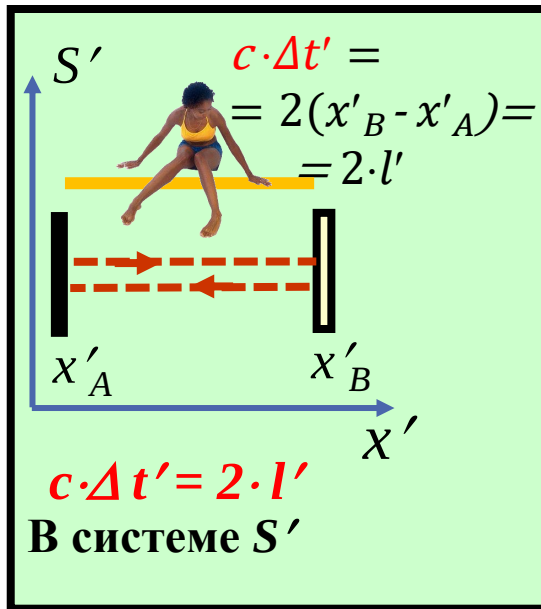
$\Delta t' < \Delta t$ – движущиеся часы идут медленнее покоящихся, $\gamma \geq 1$;

Одна секунда $\Delta t' = 1$ по часам в движущейся системе S' соответствует бо́льшему числу секунд по часам покоящегося наблюдателя S : $\Delta t \geq 1$

5.3. Сокращение продольных размеров движущегося тела.

Релятивистский стержень с зеркалами на концах расположен в S' по оси x' .

Плоскости зеркал ортогональны оси x' и скорости V системы S' . Для Светы в S' световой импульс пробежит вперед - назад до за время $\Delta t'$, а для неподвижного наблюдателя Вовы в S , за время $\Delta t \neq \Delta t'$.



$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2,$$

$$c \cdot \Delta t_1 = l + V \cdot \Delta t_1, \quad c \cdot \Delta t_2 = l - V \cdot \Delta t_2,$$

$$\Delta t = \frac{l}{c-V} + \frac{l}{c+V} = \frac{2l}{c(1-(V/c)^2)};$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \left(\frac{2l'}{c}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$l = l' \cdot \sqrt{1 - (V/c)^2} = l' / \gamma;$$

$l < l'$ – продольные
 размеры движущегося
 тела сокращаются!,
 $\gamma \geq 1$

$\Delta t' < \Delta t$ – движущиеся часы идут медленнее покоящихся, $\gamma \geq 1$.

$l < l'$ – продольные размеры движущегося тела сокращаются!, $\gamma \geq 1$.

γ – релятивистский «гамма» фактор.

6. Преобразования Лоренца координат.

Df. Событием в дальнейшем называется совокупность пространственных координат (x, y, z) и времени t : (t, x, y, z) .

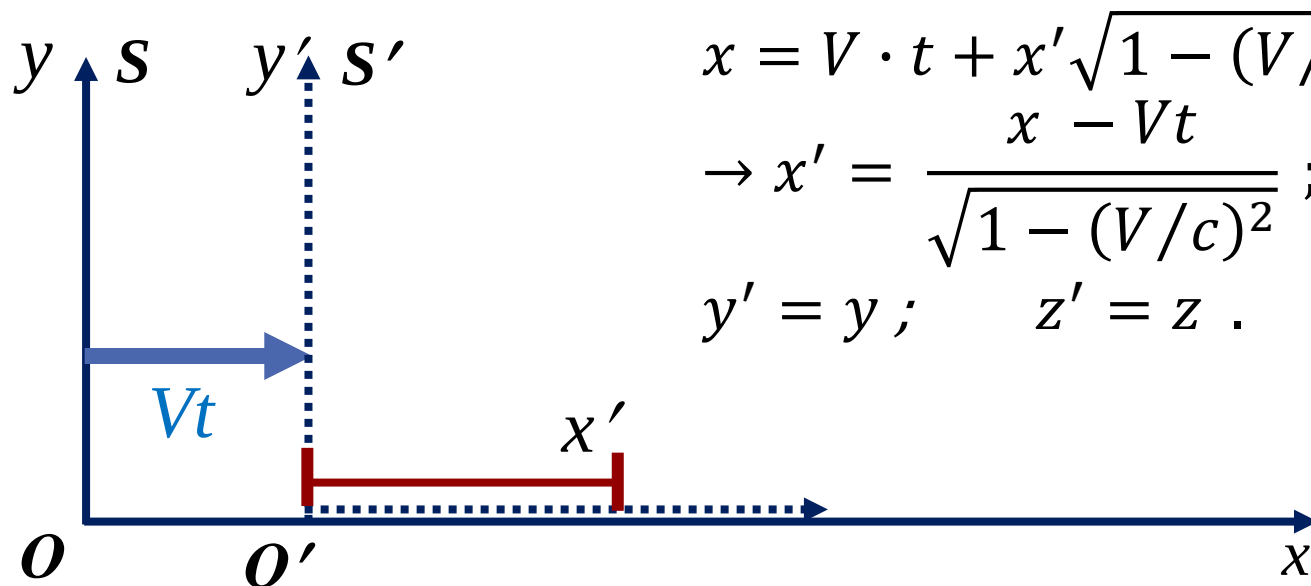
Событие в $S \leftrightarrow (t, x, y, z)$; событие в $S' \leftrightarrow (t', x', y', z)$.

**Рассматриваются две инерциальные системы отсчета S, S' ,
 S' движется относительно S со скоростью V вдоль оси x .**

Оси координат x, x' параллельны.

Начала отсчета систем при $t = t' = 0$ совмещены: $x = x' = 0$.

«Собственный» продольный размер $x' \in S'$ в системе S сокращен: $x = x' / \gamma$.



$$x = V \cdot t + x' \sqrt{1 - (V/c)^2};$$
$$\rightarrow x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}};$$
$$y' = y; \quad z' = z.$$

6.1.1 Преобразования Лоренца. Прямые. $S \rightarrow S'$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad (1)$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = f(x, t) = ?$$

6.1.2 Преобразования Лоренца. Обратные. $S' \rightarrow S$.

Из прямых преобразований обратные получаются перестановкой штриха и заменой скорости на обратную: $x \rightarrow x'$, $y \rightarrow y'$, $z \rightarrow z'$, $V \rightarrow -V$!

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V/c)^2}}, \quad (1^*)$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = g(x', t') = ?$$

Определение функции обратного преобразования времени $t = g(x', t')$ выполняется подстановкой выражения (1) в выражение (1*):

$$t = g(x', t') = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}},$$

Функция прямого преобразования $t' = f(x, t)$:

$$t' = f(x, t) = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}},$$

6.1.1.1 Окончательно. Формулы преобразований Лоренца. Прямые. $S \rightarrow S'$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(x - Vt),$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(t - Vx/c^2)$$

6.1.2.1 Формулы преобразований Лоренца. Обратные. $S' \rightarrow S$.

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(x' + Vt'),$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(t' + Vx'/c^2).$$

6.1.1.1 Матрица преобразований Лоренца L .

Преобразование четыре вектора $(ct, x, y, z) \rightarrow (ct', x', y', z')$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = [L] \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix};$$

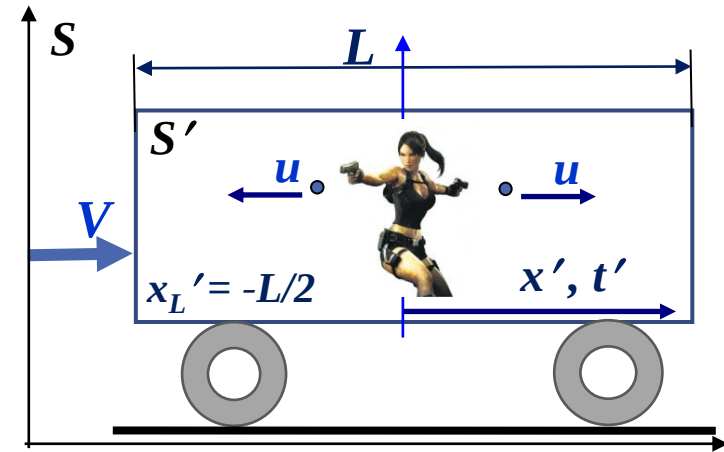
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{V}{c};$$

6.1.1.2 Матрица преобразований Лоренца L^{-1} .

Четыре вектор $(ct', x', y', z') \rightarrow (ct, x, y, z)$

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = [L^{-1}] \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix};$$

Пример.



Пули достигли стенок вагона одновременно в S' .

Когда и где произведен выстрел в S ?

Стрелок в центре релятивистского вагона S' .

Для упрощения, выстрел из центра вагона $x' = 0$

производится в момент времени чуть раньше ! :

$t'_0 = -L/2u$. Считаем, пули достигают стенок вагона в системе S' одновременно в момент времени $t' = 0$.

Координаты и времена событий в системе вагона (S') :

Left : $t'_L = 0, \quad x'_L = -L/2$;

Right : $t'_R = 0, \quad x'_R = +L/2$.

Воспользуемся преобразованиями Лоренца и определим координаты и времена (отнюдь не одновременно!) попадания пуль в левую стенку и правую в системе S :

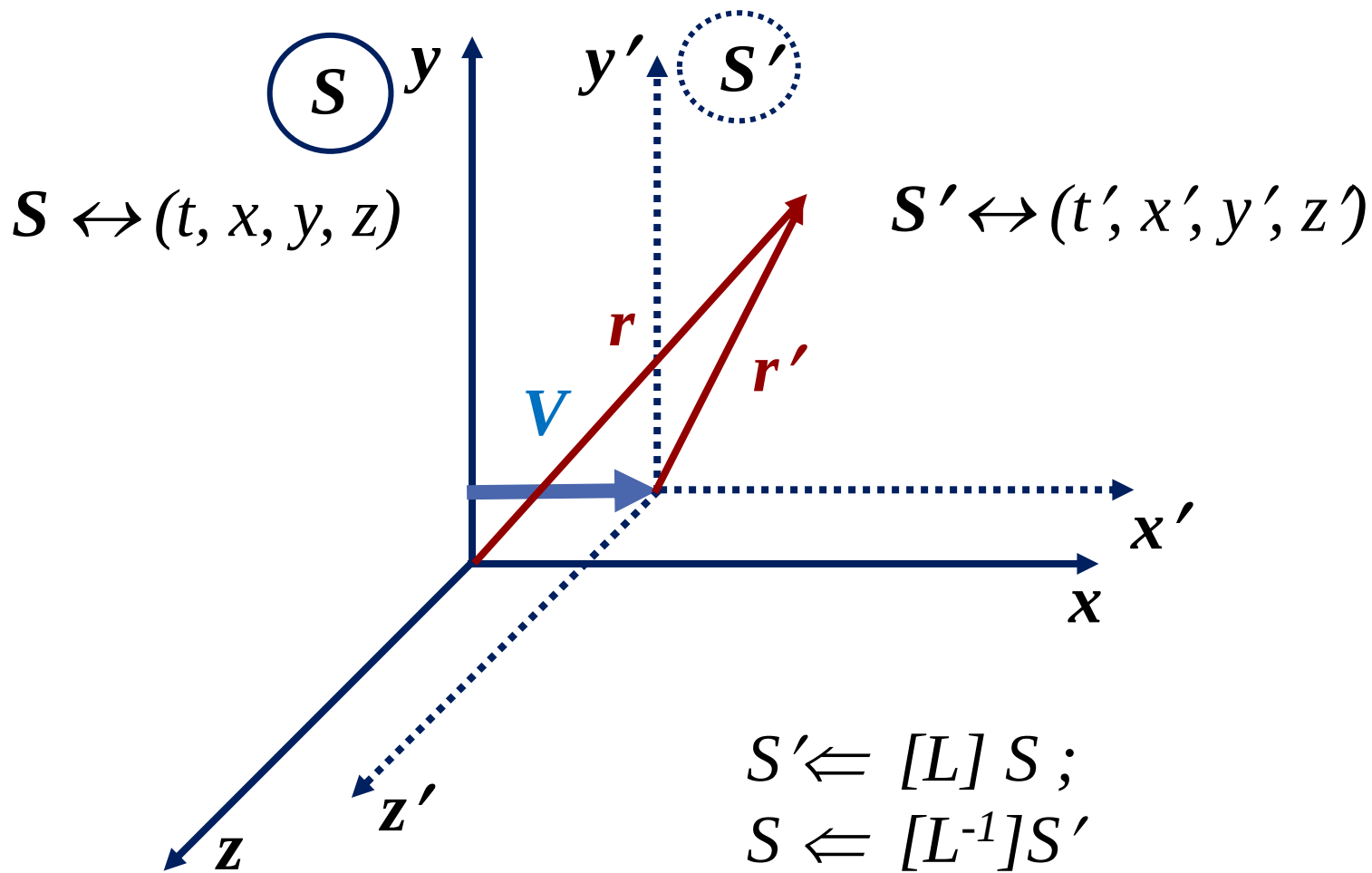
$$x_L = \frac{x'_L + Vt'_L}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma(x'_L) = -\gamma \cdot \frac{L}{2}, \quad t_L = \frac{t'_L + Vx'_L/c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma(-V \frac{L}{2c^2}) ;$$

$$x_R = \frac{x'_R + Vt'_R}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma(x'_R) = +\gamma \cdot \frac{L}{2}, \quad t_R = \frac{t'_R + Vx'_R/c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma(+V \frac{L}{2c^2}) ;$$

$$t_L < t_R !!$$

Определим координату и время момента выстрела в S - (x_0, t_0) :

$$x_0 = \frac{x'_0 + Vt'_0}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma\left(-\frac{VL}{2u}\right) \neq 0, \quad t_0 = \frac{t'_0 + Vx'_0/c^2}{\sqrt{1-(V/c)^2}} = \gamma\left(-\frac{L}{2u}\right) ;$$



Формулы преобразований Лоренца. Прямые. $S \rightarrow S'$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(x - Vt),$$

$$y' = y,$$

$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - Vx/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(t - Vx/c^2)$$

Формулы преобразований Лоренца. Обратные. $S' \rightarrow S$.

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(x' + Vt'),$$

$$y = y',$$

$$z = z',$$

$$t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1 - (V/c)^2}} = \gamma(t' + Vx'/c^2).$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

<http://phys.nsu.ru/fit>

<http://el.nsu.ru>